

Simulationsbasierte Konnektivitätsanalyse von gleich- und normalverteilten drahtlosen Sensornetzen

Christian Bettstetter und Clemens Moser

Technische Universität München (TUM)
Lehrstuhl für Kommunikationsnetze (Prof. Eberspächer)
D-80290 München, Germany, www.lkn.ei.tum.de

Zusammenfassung Diese Arbeit untersucht die Konnektivität in drahtlosen Sensornetzen. Insbesondere wird ermittelt, wie viele Sensoren n mit bekannter Funkreichweite r_0 auf einer gegebenen Fläche mindestens nötig sind, um mit einer hohen Wahrscheinlichkeit p ein k -fach zusammenhängendes Netz zu erhalten. Verglichen werden die Ergebnisse auf einer quadratischen und kreisförmigen Fläche mit gleichverteilten Sensoren. Ein weiterer Beitrag ist die Untersuchung der Konnektivität von normalverteilten Sensoren mit verschiedener Varianz.

1 Einleitung

Drahtlose Sensornetze sind dezentrale, selbstorganisierende Funknetze, in denen elektromechanische Sensoren, ausgestattet mit kostengünstigen Transceivern, miteinander kommunizieren. Zwei Sensoren müssen dabei nicht notwendigerweise in direktem Funkkontakt zueinander stehen, sondern können über bestehende Verbindungen anderer Sensoren hinweg, also über mehrere Hops, miteinander in Kontakt treten. Es gibt im Allgemeinen keine zentrale Instanz, die das so gebildete Multihop-Netz steuert oder kontrolliert. Jeder Sensor entscheidet selbstständig, ob und wie eine erhaltene Nachricht weiterzuleiten ist.

Solche verteilten Systeme finden vielseitige Anwendungsmöglichkeiten. Im militärischen Bereich entwickelt man den so genannten „Sensorstaub“. Eine Vielzahl von Sensoren, z. B. Photosensoren, wird von einem Flugzeug aus abgeworfen, und am Boden bilden diese Sensoren ein drahtloses Multihop-Netz [1][2]. Aus den aufgenommenen Einzelinformationen der Sensoren können Bilder der Umgebung zusammengesetzt oder Bewegungen erkannt werden. Aber auch zivile Anwendungen sind von hohem Interesse, beispielsweise zur Vernetzung von Biosensoren im medizinischen Bereich oder von Messgeräten und Robotern in Industrieanlagen und in der Luft- und Raumfahrt [3]. In den letzten Jahren wurde, insbesondere in den USA, die Forschung und Entwicklung im Bereich drahtloser Sensornetze intensiviert. Einen Überblick über aktuelle Forschungsthemen findet man in [2], [4] und [5].

Diese Arbeit untersucht eine fundamentale Eigenschaft eines solchen Netzes: seine *Konnektivität*. Während es in „konventionellen“ Mobilfunknetzen ausreicht, dass eine Mobilstation eine direkte Funkverbindung zur Basisstation besitzt, ist die Situation in verteilten Multihop-Systemen komplexer: Um ein zusammenhängendes Netz zu erhalten, muss jeder Netzknoten zu jedem anderen Netzknoten einen drahtlosen Multihop-Pfad besitzen.

Grundsätzliche Fragen zur Ausbreitung von Nachrichten und zur Konnektivität in verteilten Multihop-Systemen wurden bereits in [6], [7] und [8] diskutiert. Im Jahr 1998 haben Gupta und Kumar dieses Thema in dem mathematischen Artikel [9] wieder aufgegriffen, und kürzlich lieferten Santi und Blough [10][11], Bettstetter [12], Dousse *et al.* [13] und Hellbrück [14] neue Beiträge.

In dem Artikel [12] wurde die Konnektivität eines drahtlosen Multihop-Netzes per Simulation und mit analytischen Methoden aus der Zufallsgraphentheorie untersucht. Hierbei wurde davon ausgegangen, dass die Sensoren zufällig gleichverteilt positioniert werden und alle Sensoren die gleiche Funkreichweite haben. Der vorliegende Artikel ist eine Fortsetzung unserer Arbeit in diesem Gebiet. Nach der Beschreibung der Modellierungsannahmen, einigen graphentheoretischen Grundlagen und der Beschreibung unserer Simulationsmethodik (Kapitel 2), vertiefen wir in Kapitel 3 unsere Erkenntnisse und Ergebnisse zur Konnektivität mit gleichverteilten Sensoren. Wir untersuchen die minimale Funkreichweite, die eine definierte Zahl gleichverteilter Sensoren auf einer definierten Fläche besitzen müssen, so dass das resultierende Sensornetz mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit ($p = 95\%$, $p = 99\%$) verbunden ist. Wie auch schon in [12] betrachten wir zusätzlich fehlertolerante Sensornetze, bei denen ein oder zwei beliebige Sensoren ausfallen können aber das Netz immer noch verbunden bleibt. Auch für diesen Fall geben wir die nötigen Parameterpaare für Funkreichweite und Anzahl der Sensoren an. Wir vergleichen die Ergebnisse auf einer quadratischen und kreisförmigen Fläche und zeigen exemplarisch eine Näherungsformel für die minimale Funkreichweite bei gegebener Anzahl an Sensoren. In Kapitel 4 betrachten wir normalverteilte örtliche Sensorverteilungen und untersuchen, wie sich die Varianz dieser Normalverteilung auf die Konnektivität des Sensornetzes auswirkt. Die Annahme einer Normalverteilung der Sensoren ist insbesondere für den Anwendungsfall „Sensorstaub“ brauchbar. Abschließend fasst Kapitel 5 die wichtigsten Erkenntnisse zusammen.

2 Modellierung, Problemstellung & Simulationsmethodik

Die Topologie eines drahtlosen Sensornetzes, d. h. die Positionen der einzelnen Sensoren (Knoten) und deren Verbindungen (Links), ist geprägt von der örtlichen Sensorverteilung über einem wohldefinierten Gebiet der Fläche A . Zwei bedeutsame Parameter sind die Sensorzahl n (engl.: *number of nodes*) sowie die Sende- und Empfangsreichweite r_0 (engl.: *range*) eines Sensors. Die Sendereichweite ist eine Funktion der Sendeleistung eines Sensors und der Ausbreitungsbe-

dingungen der Umgebung. In der Praxis ist man bestrebt, die Sendereichweiten aus mehreren Gründen möglichst gering zu halten. Zum einen spielt die Größe und Lebensdauer von Batterien eine wichtige Rolle, zum anderen wird durch große Sendereichweiten die Interferenz erhöht und die räumliche Mehrfachnutzung von Kanälen erschwert. In dieser Arbeit werden die Sendereichweiten von allen n Sensoren als gleich angenommen. Diese Annahme ist zum Beispiel gerechtfertigt, wenn Sensoren eines einzigen Typs im freien Raum eingesetzt werden und keine Leistungsregelung verwendet wird. Nun hat jeder Sensor die Möglichkeit, mit anderen Sensoren innerhalb eines Kreises mit Radius r_0 um seine Koordinaten direkt zu kommunizieren. Modelliert man dieses Sensornetz als Graph G , so entstehen ungerichtete Kanten (Links) zwischen den Knoten (Sensoren), deren Abstand kleiner als r_0 ist.

Im Folgenden verwenden wir Standardbegriffe aus der Graphentheorie [15]. Grundsätzlich wird dort zwischen Knoten- und Kantenkonnektivität unterschieden. In dieser Arbeit wird jedoch nur die Knotenkonnektivität betrachtet. Im Weiteren wird daher — wie auch in der Graphentheorie üblich — nur noch von Konnektivität an Stelle von Knotenkonnektivität gesprochen. Ein Graph G ist zusammenhängend (engl.: *connected*), wenn zwischen jedem Knotenpaar ein Pfad existiert. Ein Graph G heißt k -fach zusammenhängend (engl.: *k-connected*), wenn nach Entfernen von $k' < k$ beliebigen Knoten der verbleibende Graph G' immer noch zusammenhängend ist. Demzufolge ist es erforderlich, mindestens k Knoten — und alle von ihnen ausgehenden Kanten — zu entfernen, um den Zusammenhang von G zu zerstören. Äquivalent zu dieser Definition ist nach Menger's Theorem ein Graph k -fach zusammenhängend dann, und nur dann, wenn es wenigstens k knotendisjunkte Pfade gibt, die jedes Paar von Knoten verbinden. Diese Analogie zwischen der minimalen Anzahl unabhängiger Wege und der maximalen Zahl von Knotenausfällen, die ein Netz verkraftet, ist auch in Sensornetzen von elementarer Bedeutung.

In dieser Arbeit werden quantitative Aussagen über die Konnektivität in Sensornetzen gewonnen. Dabei bezeichnen wir die Wahrscheinlichkeit, dass ein Netz mit den Parametern (r_0, n) auf einer Fläche A verbunden ist mit P_{con} . Die Wahrscheinlichkeiten für 2- und 3-fach verbundene Netze sind mit P_{2-con} bzw. P_{3-con} bezeichnet. Zur Abschätzung dieser Wahrscheinlichkeiten werden rechnergestützte Simulationen verwendet. Dabei berechnen wir über eine große Zahl von Pseudo-Zufallstopologien die relativen Häufigkeiten

$$h_{k-con} = \frac{\# \text{ } k\text{-fach verbundene Zufallstopologien}}{\# \text{ Zufallstopologien}}, \quad k = 1, 2, 3,$$

die gemäß der statistischen Definition der Wahrscheinlichkeit gegen die gesuchten Wahrscheinlichkeiten P_{con} , P_{2-con} und P_{3-con} konvergieren. Alle durchgeführten Simulationen basieren auf 10 000 Zufallstopologien. Die Knotenverteilung wird mit einem Zufallsgenerator hoher Güte namens „Mersenne Twister“ [16] erzeugt.

Kleine Parameterpaare (r_0, n) liefern $P_{con} = 0$. Erhöht man einen oder beide Parameter, so steigt P_{con} an, bis schließlich $P_{con} \rightarrow 100\%$ für große r_0 bzw. n

erreicht wird. Gesucht wird nun nach der nötigen minimalen Sendereichweite r_0 der Sensoren, um bei gegebener Anzahl n und gefordertem k eine vorgegebene Konnektivitätswahrscheinlichkeit P_{k-con} zu erhalten. Ein äquivalentes Problem stellt die Suche nach der notwendigen Knotenzahl n bei gegebener Reichweite r_0 und gegebener Wahrscheinlichkeit P_{k-con} dar. Dies entspricht den Funktionen $r_0 = f(n, P_{k-con})$ bzw. $n = f(r_0, P_{k-con})$. Der einzige Unterschied besteht in der Natur der gesuchten Größen: während die Knotenzahl n einen diskreten Charakter aufweist, lässt sich die Reichweite r_0 als kontinuierliche Größe im Prinzip beliebig genau bestimmen. Zusammenfassend werden also die kleinstmöglichen (r_0, n) -Paare gesucht, bei denen das resultierende Sensornetz zum ersten Mal mit einer Wahrscheinlichkeit P_{k-con} k -fach verbunden ist. Da wir primär an hohen Konnektivitätswahrscheinlichkeiten interessiert sind, fordern wir $P_{k-con} = 95\%$ bzw. in einer zweiten Simulationsreihe $P_{k-con} = 99\%$. Außerdem interessieren uns die (r_0, n) -Paare für Netze, die mit hoher Wahrscheinlichkeit *nicht* verbunden sind ($P_{con} = 5\%$).

Zur Bestimmung der (r_0, n) -Werte wurde ein Simulationstool in C++ geschrieben. Dieses enthält Methoden und Datenstrukturen zur Generierung von Zufallstopologien, zur Überprüfung der Konnektivität für $k = 1, 2, 3$ und zur Generierung eines minimalen Spannbaums (engl.: *minimum spanning tree*) zwischen gegebenen Knoten. Grundsätzlich steigt die Komplexität der Konnektivitätsüberprüfung mit der Knotenzahl n , der Sendereichweite r_0 und der Anzahl der Zufallstopologien an. Speziell bei hohem n ist die Bestimmung der 95% und 99%-Konnektivität ein rechenintensives Problem. Ein wahlloses „Ausprobieren“, welche (r_0, n) -Paare der geforderten Konnektivitätswahrscheinlichkeit nahe kommen ist also nicht sinnvoll. Deshalb wurde eine „Regelschleife“ implementiert, die sich bei gegebenem n an den gesuchten Parameter r_0 von kleinen Werten her „intelligent“ annähert und die Genauigkeit der Ergebnisse, d. h. die Anzahl der Zufallstopologien schrittweise erhöht. Betrachten wir eine Simulation mit $n = 100$ Sensoren für $k = 2$ und $P_{2-con} = 99\%$: Zu Beginn wird r_0 schrittweise inkrementiert, bis zum ersten Mal 99 von 100 Zufallstopologien zweifach verbunden sind. Diese Funkreichweite wird nun mit 1000 Zufallstopologien simuliert, und aufgrund der Ergebnisse wird entschieden, ob r_0 erhöht oder erniedrigt wird. Der Wert für r_0 wird so lange verändert, bis in einer Simulationsreihe von 1000 Topologien mindestens 985 und höchstens 995 Topologien zweifach zusammenhängend sind. Auf ähnliche Weise wird der Regelalgorithmus fortgesetzt. Am Ende ist garantiert, dass 10 000 Zufallstopologien mit einem Wertepaar (r_0, n) simuliert werden und die relative Häufigkeit h_{2-con} mit einer maximalen absoluten Abweichung von ± 0.005 erfüllt wird. Der erhaltene Wert für r_0 kann nun als Startwert für die Simulation mit reduzierter Sensoranzahl (z. B. $n = 90$) dienen, und die Regelschleife kann wieder mit 100 Zufallstopologien beginnen.

Zusätzlich zu dieser Regelschleife wurde eine alternative Methode für einfache Konnektivität ($k = 1$) implementiert: Es werden n Sensoren gleichverteilt zufällig platziert, zwischen denen ein minimaler Spannbaum konstruiert wird. Die längste Kante dieses Spannbaums repräsentiert die minimale Funkreichweite,

die nötig ist, um den Graphen zusammenhängend zu halten. Die Länge dieser Kante wird anschließend diskretisiert und die Häufigkeit der Längen von 10 000 Spannbäumen in einem Histogramm aufgetragen. Nach einer Normierung und Aufsummierung erhält man daraus eine Schätzung der Verteilungsfunktion der kritischen Kantenlängen, aus der $r_0 = f(n, P_{con})$ abgelesen wird.

3 Gleichverteilung der Sensoren

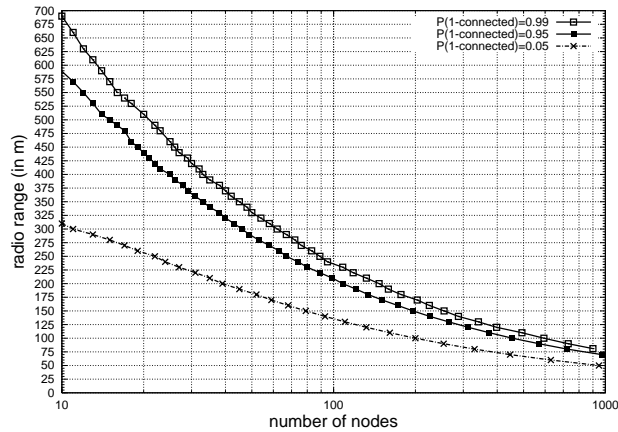
3.1 Quadratische Fläche

Zunächst werden auf einer Fläche der Größe $A = 1000 \times 1000 \text{ m}^2$ für gewünschtes P_{con} die notwendigen Sendereichweiten r_0 in Abhängigkeit von der Sensorzahl n ermittelt. Die drei Kurven in Abb. 1a kennzeichnen diejenigen Wertepaare (r_0, n) , bei denen von 10 000 Zufallsgraphen gerade 500, 9 500 bzw. 9 900 mindestens einfach zusammenhängend sind. Statistisch gesehen sind das die Kurven, auf denen alle Graphen liegen, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 5%, 95% bzw. 99% verbunden sind. Diese Kurven können auch als Höhenlinien der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{con}(r_0, n)$ über der r_0/n -Ebene interpretiert werden.

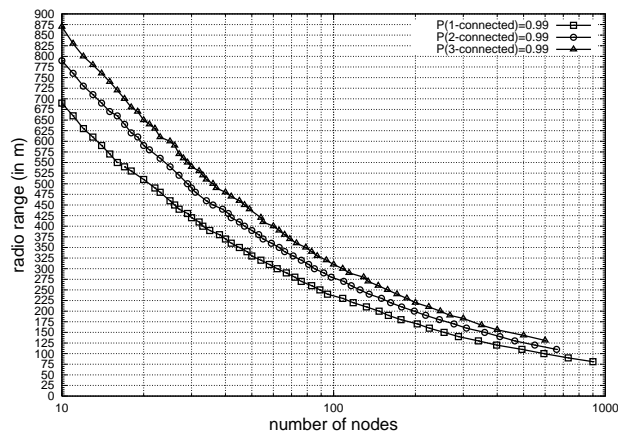
Wählt man ein Parameterpaar (r_0, n) unter der 5%-Linie, so trifft man mit großer Sicherheit kein zusammenhängendes Sensornetz an. Werte auf oder oberhalb der Linie „95%-connected“ führen mit hoher Wahrscheinlichkeit zu einem zusammenhängenden Netz. Wählt man ein Parameterpaar (r_0, n) auf oder oberhalb der Linie „99%-connected“, sind mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit (engl.: *almost surely*) alle Knotenpaare über einen Pfad verbunden. Bei $n = 200$ Sensoren führen beispielsweise alle Sendereichweiten $r_0 \leq 100 \text{ m}$ zu einem unzusammenhängenden Netz. Ab dem Wert $r_0 \approx 150 \text{ m}$ bzw. $r_0 \approx 170 \text{ m}$ ist das Netz dann mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% bzw. 99% zusammenhängend. Man erkennt außerdem, dass erst Knotenzahlen $n \geq 600$ auf dieser Fläche für $P_{con} = 0.99$ zu Reichweiten unter 100 m führen.

Wichtig dabei ist, dass sich die in Abb. 1 angegebenen kritischen Werte für r_0 für quadratische Flächen beliebiger Größe $A = a \times a$ skalieren lassen, d. h. $r_0(a) = \frac{r_0(1000 \text{ m})}{1000 \text{ m}} \cdot a$, wobei $r_0(1000 \text{ m})$ die Werte aus Abb. 1 repräsentiert.

Abbildung 1b zeigt schließlich die 99%-Linien für zweifach und dreifach zusammenhängende Sensornetze. In diesem Fall sind klarerweise erhöhte Sendereichweiten (bzw. mehr Sensoren) nötig. Zum Beispiel benötigt man nun $n = 260$ statt 200 Sensoren mit der Reichweite $r_0 = 170 \text{ m}$, um mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% das Netz zweifach zusammenhängend zu bekommen. Zusätzlich zu der Tatsache, dass jetzt ein bzw. zwei beliebige Sensoren ausfallen können, ohne die Konnektivität des Netzes zu gefährden, entstehen alternative Pfade zwischen jedem Sensorpaar, die unter anderem zur Lastteilung bei der Verkehrslenkung verwendet werden können (*multipath routing*). Zwei unabhängige Pfade in einem Sensornetz sind sowohl knoten- also auch kantendisjunkt.



a) Kritische (r_0, n) -Paare für $P_{con} = 5\%$, 95% und 99%



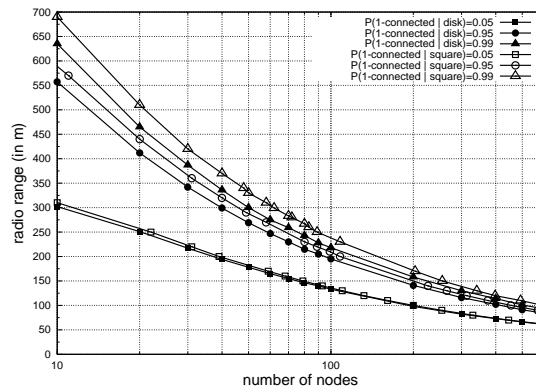
b) Kritische (r_0, n) -Paare für $P_{con} = 99\%$, $k = 1, 2, 3$

Abbildung 1. Konnektivität von gleichverteilten Sensoren auf $A = 1000 \times 1000 \text{ m}^2$.

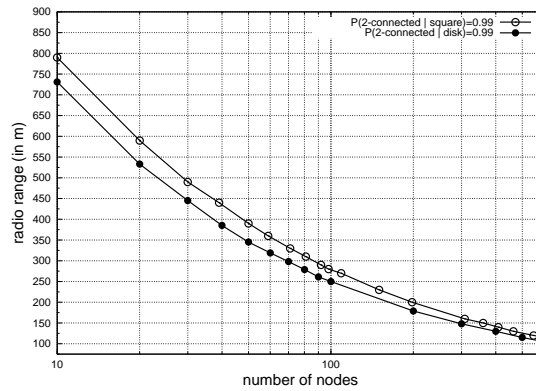
3.2 Kreisförmige Fläche

Weitere Simulationen wurden auf einer kreisförmigen Fläche mit dem Radius $R = \frac{1}{\sqrt{\pi}} 1000 \text{ m}$ gemacht, d. h. mit einem Flächeninhalt von wiederum $A = 1000^2 \text{ m}^2$. Wie auch schon im letzten Abschnitt kann man die Ergebnisse auf Kreisflächen durch eine Normierung mit dem Radius der Simulationsfläche verallgemeinern. Trotz des gleichen Flächeninhalts verlaufen die $r_0(n)$ -Kurven deutlich tiefer, d. h. eine geringere Reichweite bzw. geringere Knotenzahlen als auf dem Quadrat sind ausreichend um die gleiche Konnektivität zu erhalten.

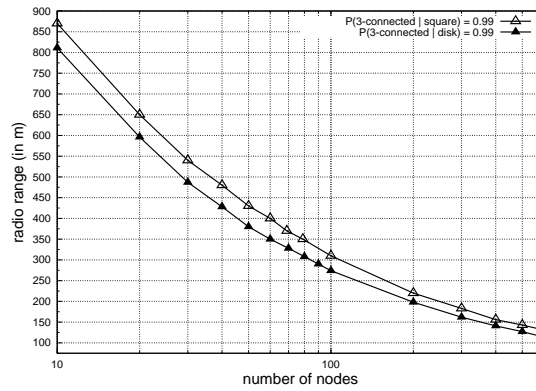
Es lässt sich leicht einsehen, dass neben der Größe auch die Form der Fläche Einfluss auf die Konnektivität hat. Um der Definition der Konnektivität zu



a) Einfache Konnektivität



b) Zweifache Konnektivität



c) Dreifache Konnektivität

Abbildung 2. Vergleich der Konnektivität auf einer Kreisscheibe (engl.: *disk*) und einem Quadrat (engl.: *square*), $A = 1000^2 \text{ m}^2$

genügen, muss jeder Sensor erreichbar sein. Die Nichtexistenz von isolierten Sensoren ist also eine notwendige, jedoch nicht hinreichende Bedingung, um ein verbundenes Sensornetz zu erhalten. Bezeichnen wir mit $P_{noiso}(r_0, n)$ die Wahrscheinlichkeit, dass kein Sensor im Netz isoliert ist. Diese Wahrscheinlichkeit ist im Allgemeinen eine obere Grenze für $P_{con}(r_0, n)$. In [12] haben wir jedoch — mit Hilfe eines Theorems aus der Zufallsgraphentheorie — erörtert, dass $P_{con}(r_0, n) \approx P_{noiso}(r_0, n)$ für Werte nahe 100% gilt. Und gerade an diesen hohen Konnektivitätswerten sind wir interessiert.

Generell entstehen isolierte Sensoren bei hohen Konnektivitätswahrscheinlichkeiten bevorzugt im Randgebiet der Fläche. Die Verbesserung der Konnektivität auf einem Kreis gegenüber einem Quadrat ist zu erklären, da ein Quadrat in den Ecken einen besonders ausgeprägten Randeffect (engl.: *border effect, edge effect*, siehe z. B. [17][18]) aufweist. Ein Sensor in der Ecke eines Quadrats hat im Mittel nur ein Viertel so viele Nachbarsensoren als ein Sensor in der Mitte. Deshalb ist seine Wahrscheinlichkeit, isoliert (d. h. ohne Nachbarn) zu sein besonders hoch. Auf einer Kreisfläche hingegen ist die Anzahl der zu erwartenden Nachbarn eines Sensors am Rand nur etwa halb so groß als die eines Sensors ohne Randeffect (für $r_0 \ll R$). Tatsächlich liegt die Schlussfolgerung nahe, dass auf einer kreisförmigen Fläche im Vergleich zu anderen Flächenformen die höchsten Konnektivitätswahrscheinlichkeiten erzielt werden, da die Randeffecte minimiert sind.

3.3 Regression

Für die simulierte r_0/n -Kurve mit $P_{con} = 0.99$ auf einer quadratischen Fläche der Kantenlänge 1 m wird nun beispielhaft eine Regressionsformel angegeben. Ein Polynom mit 10 Koeffizienten liefert bereits eine sehr genaue Wiedergabe der aus der Simulation gewonnenen Kurve. Mit Hilfe der „Gaußschen Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme“ wurden die Koeffizienten c_i , $0 \leq i \leq 9$, des Ausgleichspolynoms

$$r_0(n) = c_0 + c_1 \frac{1}{n} + c_2 \frac{1}{n^2} + \dots + c_9 \frac{1}{n^9}$$

bestimmt. Diese sind in Tabelle 1 dargestellt. Um die Werte für ein Quadrat beliebiger Größe $a \times a$ zu erhalten, multipliziert man $r_0(n)$ mit der Kantenlänge a .

Tabelle 1. Regressionskoeffizienten ($Ej = 10^j$)

c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
0.07	21.5	-616	1.259E4	-1.569E5	1.195E6	-5.544E6	1.516E7	-2.225E7	1.337E7

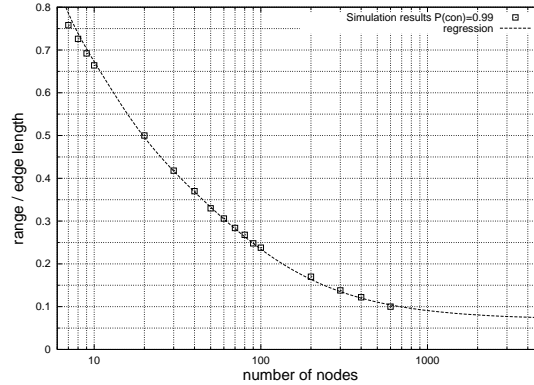


Abbildung 3. Simulation und Regression auf dem Einheitsquadrat

4 Normalverteilung der Sensoren

In diesem Kapitel soll nun eine Normalverteilung der Sensoren auf einer Fläche von wiederum $1000 \times 1000 \text{ m}^2$ betrachtet werden. Eine zweidimensionale symmetrische Gaußsche Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit den Zufallsvariablen X und Y , dem Mittelwert $\mu = E\{X\} = E\{Y\}$ und der Varianz $\sigma^2 = Var\{X\} = Var\{Y\}$ ist im Allgemeinen gegeben durch

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2 + (y - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

Um eine Normalverteilung auf einer begrenzten Fläche $0 \leq x \leq 1000 \text{ m}$ und $0 \leq y \leq 1000 \text{ m}$ mit dem Mittelwert $\mu = 500 \text{ m}$ zu erreichen, haben wir die *Box-Müller-Transformation* [19] verwendet. Auf Basis zweier unabhängiger, zwischen 0 und 1 gleichverteilter Zufallszahlen X_u und Y_u werden mit

$$X_n = \sqrt{-2 \ln Y_u} \cdot \cos(2\pi X_u)$$

$$Y_n = \sqrt{-2 \ln Y_u} \cdot \sin(2\pi X_u)$$

zwei statistisch unabhängige Zufallszahlen X_n und Y_n erzeugt, die normalverteilt sind. Mittelwert und Varianz der Normalverteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = \sigma^2 = 1$ werden anschließend unter Beachtung von $E\{X + c\} = E\{X\} + c$ und $Var\{cX\} = c^2 Var\{X\}$ auf die erforderlichen Werte eingestellt. Eine solche Transformation von Zufallsgrößen hat den Vorteil, dass die Zuverlässigkeit des so konstruierten Zufallsgenerators der des bereits erwähnten Mersenne Twisters entspricht. Die Güte der Zufallszahlen ist nur von der verwendeten Gleichverteilung zwischen 0 und 1 abhängig.

Exemplarisch wurde die Konnektivität für die Varianzen $\sigma^2 = 30\,000 \text{ m}^2$ (geringe Varianz), $\sigma^2 = 100\,000 \text{ m}^2$ (mittlere Varianz) und $\sigma^2 = 500\,000 \text{ m}^2$ (hohe

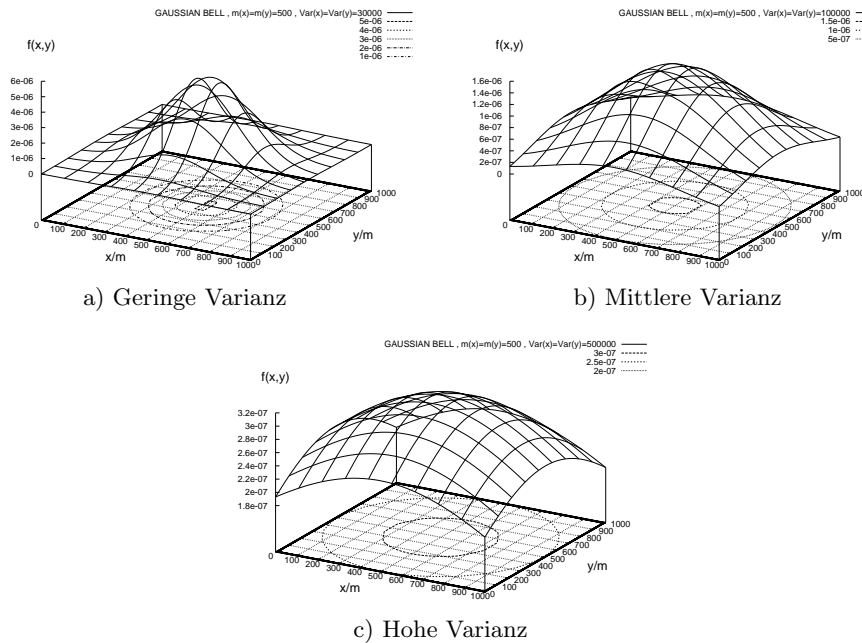


Abbildung 4. Zweidimensionale symmetrische Normalverteilungen

Varianz) untersucht. Die so entstehenden Dichtefunktionen sind in Abb. 4 veranschaulicht. Eine Gleichverteilung stellt den Grenzfall für $\sigma^2 \rightarrow \infty$ dar.

Im Vergleich zur Gleichverteilung haben nun Sensoren im Randgebiet der Fläche im Mittel noch weniger Nachbarsensoren und sind deshalb sehr häufig isoliert. Je niedriger die Varianz, desto geringer ist die zu erwartende Anzahl der Nachbarn eines Sensors im Randgebiet. Die Konnektivität sollte daher mit abnehmender Varianz sinken. Diese Vermutung bestätigt sich in den Simulationsergebnissen (siehe Abb. 5a). Betrachten wir zum Beispiel Sensoren mit $r_0 = 240$ m. Werden diese Sensoren gleichverteilt positioniert, so benötigt man weniger als $n = 100$ Stück um mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% ein zusammenhängendes Netz zu erhalten. Bei einer Normalverteilung mit mittlerer Varianz benötigt man schon $n \approx 160$ und bei niedriger Varianz sogar $n \approx 480$ Sensoren.

Bei genauerer Betrachtung erkennt man jedoch ein inverses Verhalten bei geringen Sensorzahlen, weswegen die $n(r_0)$ -Kurve in Abb. 5b nochmals im logarithmischen Maßstab aufgetragen wurde. Der Schnittpunkt aller Kennlinien liegt bei circa $(r_0, n) = (340 \text{ m}, 50)$. Die Isolationswahrscheinlichkeit eines Sensors am Rand steigt zwar mit abnehmendem σ^2 , jedoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass überhaupt mindestens ein Sensor im Randgebiet positioniert wird für kleine Werte von σ^2 und n sehr gering. Kleine Netze profitieren also von dem bevorzugtem Aufenthalt der Sensoren im Zentrum der Fläche.

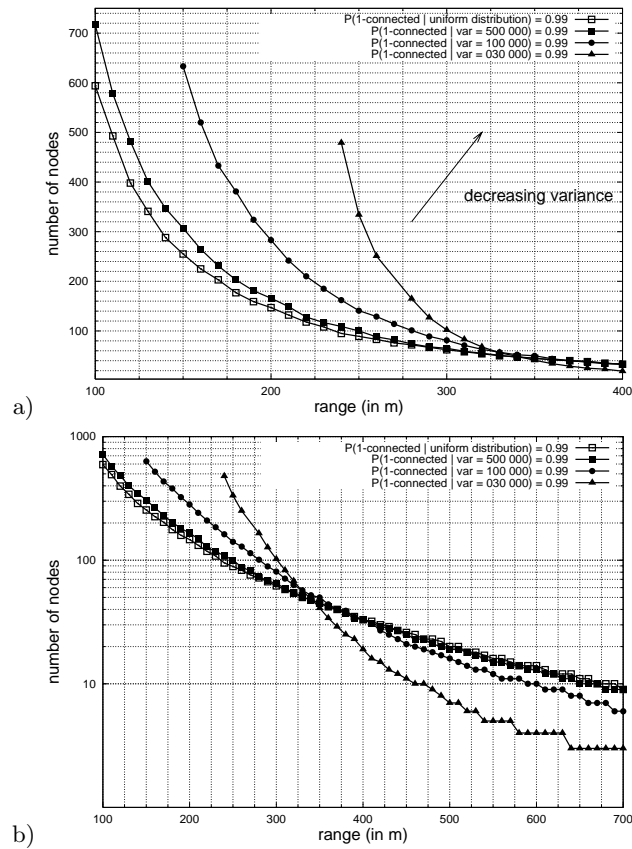


Abbildung 5. Konnektivität von normalverteilten Sensoren auf $A = 1000 \times 1000 \text{ m}^2$

5 Zusammenfassung

Die Ergebnisse dieser Arbeit ermöglichen die „Dimensionierung“ von drahtlosen Sensornetzen im freien Raum. Für eine gegebene Funkreichweite r_0 kann die Anzahl der benötigten Sensoren ermittelt werden, mit der das resultierende Sensornetz mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit verbunden ist. Verglichen wurden die Ergebnisse auf einer quadratischen und kreisförmigen Fläche und zwischen Gleich- und Normalverteilung der Sensoren. Außerdem wurde eine Näherungsformel für $r_0(n, P_{con} = 99\%)$ angegeben. Analytische Betrachtungen zur exakten Berechnung dieser Kurven wurden in [20] publiziert.

Literatur

1. H. O. Marcy, J. R. Agre, C. Chien, L. Clare, N. Romanov, and A. Twarowski, “Wireless sensor networks for area monitoring and integrated vehicle health ma-

- agement applications,” in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, (Portland, OR), Aug. 1999.
2. J. M. Kahn, R. H. Katz, and K. S. J. Pister, “Next century challenges: Mobile networking for Smart Dust,” in *Proc. ACM Intern. Conf. on Mobile Computing and Networking (MobiCom)*, (Seattle, WA), Aug. 1999.
 3. X. Hong, M. Gerla, T. Kwon, P. Estabrook, G. Pei, and R. Bagrodia, “The Mars sensor network: Efficient, energy aware communications,” in *Proc. IEEE Milcom*, (McLean, VA), Oct. 2001.
 4. G. J. Pottie and W. J. Kaiser, “Wireless integrated network sensors,” *Communications of the ACM*, vol. 43, May 2000.
 5. C. S. Raghavendra and K. M. Sivalingam, eds., *Proc. ACM Intern. Wrkshp. on Wireless Sensor Networks and Applications (WSNA)*. Sept. 2002.
 6. Y.-C. Cheng and T. G. Robertazzi, “Critical connectivity phenomena in multihop radio models,” *IEEE Trans. Comm.*, vol. 37, July 1989.
 7. T. K. Philips, S. S. Panwar, and A. N. Tantawi, “Connectivity properties of a packet radio network model,” *IEEE Tr. Inf. Th.*, vol. 35, Sept. 1989.
 8. P. Piret, “On the connectivity of radio networks,” *IEEE Tr. Inf. Th.*, Sept. 1991.
 9. P. Gupta and P. R. Kumar, “Critical power for asymptotic connectivity in wireless networks,” in *Stoch. Analysis, Control, Optim. and Appl.*, Birkhäuser, 1998.
 10. P. Santi, D. M. Blough, and F. Vainstein, “A probabilistic analysis for the radio range assignment problem in ad hoc networks,” in *Proc. ACM Symp. on Mobile Ad Hoc Netw. and Comp. (MobiHoc)*, (Long Beach, CA), Oct. 2001.
 11. P. Santi and D. M. Blough, “An evaluation of connectivity in mobile wireless ad hoc networks,” in *Proc. IEEE Intern. Conf. on Dependable Systems and Networks (DSN)*, (Washington, DC), June 2002.
 12. C. Bettstetter, “On the minimum node degree and connectivity of a wireless multihop network,” in *Proc. ACM Symp. on Mobile Ad Hoc Netw. and Comp. (MobiHoc)*, (Lausanne, Switzerland), June 2002.
 13. O. Dousse, P. Thiran, and M. Hasler, “Connectivity in ad-hoc and hybrid networks,” in *Proc. IEEE Infocom*, (New York), June 2002.
 14. H. Hellbrück and S. Fischer, “Ansätze zu Analyse und Simulation von Ad-Hoc Netzwerken,” in *Proc. German Workshop on Mobile Ad Hoc Networks (WMAN)*, (Ulm, Germany), Mar. 2002.
 15. B. Bollobás, *Modern Graph Theory*. Springer, 1998.
 16. M. Matsumoto and T. Nishimura, “Mersenne twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator,” *ACM Trans. on Modeling and Computer Simulation*, vol. 8, pp. 3–30, Jan. 1998.
 17. N. A. C. Cressie, *Statistics for Spatial Data*. Wiley, 1991.
 18. C. Bettstetter and O. Krause, “On border effects in modeling and simulation of wireless ad hoc networks,” in *Proc. IEEE Intern. Conf. on Mobile & Wirel. Comm. Netw. (MWCN)*, (Recife, Brazil), Aug. 2001.
 19. E. Weisstein, ed., *E. Weisstein’s World of Mathematics*, ch. Box-Muller Transformation. Wolfram Research, 2002.
 20. C. Bettstetter and J. Zangl, “How to achieve a connected ad hoc network with homogeneous range assignment: An analytical study with consideration of border effects,” in *Proc. IEEE Intern. Conf. on Mobile and Wireless Communication Networks (MWCN)*, (Stockholm, Sweden), Sept. 2002.